

### Серия 1(с): делимость

1. Дано 4 натуральных числа, не делящиеся ни на 3, ни на 7. Обязательно ли среди них найдутся два, сумма которых не делится ни на 3, ни на 7?
2. Докажите, что каждое шестизначное число вида  $\overline{ababab}$  делится на 21.
3. Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , что  $a$  делится на  $b$ ,  $a + 1$  делится на  $b + 1$ ,  $a + 2$  делится на  $b + 3$  и  $a + 3$  делится на  $b + 2$ ?
4. Натуральное число  $n$  называется *избыточным*, если сумма всех его натуральных делителей, кроме него самого, больше  $n$ . Докажите, что удвоенное избыточное число тоже избыточно.
5. Делитель натурального числа называется *собственным*, если он не равен этому числу и единице. Найдите все натуральные числа, у которых самый большой собственный делитель в три раза больше самого маленького.
6. Докажите, что число, состоящее из а) 2024, б) 2023, в) любого составного числа единиц является составным.
7. Все натуральные числа раскрашены в красный и синий цвета так, что числа, отличающиеся на 8, всегда одного цвета, а числа, отличающиеся на 5 – всегда разного. Число 1 – красное. Какого цвета число 42?
8. На доске написано пять последовательных двузначных чисел. Петя сложил три из них и получил сумму, делящуюся на 37. Вася тоже сложил три числа и получил сумму, делящуюся на 71. Какие числа написаны на доске?