

Задачи от 16 сентября.

1. а) Докажите, что последовательность остатков чисел Фибоначчи при делении на любое данное натуральное m периодична.
б) Докажите, что существует число Фибоначчи, кратное 2024.
2. Дана бесконечная десятичная дробь, причем после запятой у нее встречаются только цифры 0, 1, 2. Известно, что если все цифры 0 заменить на 1, то получится периодическая десятичная дробь (возможно, с предпериодом), и если все цифры 1 заменить на 2, то тоже получится периодическая десятичная дробь. Следует ли отсюда, что исходная дробь периодическая?
3. Докажите, что существует бесконечно много простых чисел, оканчивающихся (в десятичной записи) на 3 или на 7.
4. Докажите, что существует бесконечно много простых p , при делении на которые точные квадраты могут давать остаток 2024.