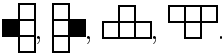
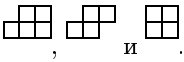




**Серия 6(а): впади в детство.**

1. Можно ли разбить куб со стороной 2011 на кубы со сторонами 2, 3 и 5?
2. Вершины правильного  $n$ -угольника покрашены несколькими красками (каждая одной краской) так, что точки одного и того же цвета служат вершинами правильного многоугольника. Докажите, что среди этих многоугольников найдутся два равных.
3.  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  — все комплексные корни  $n$ -й степени из 1. Докажите, что сумма  $\varepsilon_1^k + \varepsilon_2^k + \dots + \varepsilon_n^k$  равна 0 при всех  $k$ , не кратных  $n$ .
4. Квадрат  $600 \times 600$  разбит на фигурки из 4 клеток вида . В фигурках первых двух типов в закрашенных клетках записано число  $2^k$ , где  $k$  — номер столбца, в котором находится эта клетка. Докажите, что сумма всех записанных чисел делится на 9.
5. Прямоугольник  $2007 \times 2008$  разрезан на фигурки видов . Какое наибольшее количество фигурок может быть в разрезании?
6. В квадрате  $99 \times 99$  вырезана угловая клетка. Можно ли разрезать оставшуюся часть на фигуры вида  и ?
7. Хозяйка испекла для гостей пирог. За столом может оказаться либо  $p$  человек, либо  $q$ , где  $p$  и  $q$  взаимно просты. На какое минимальное количество кусков (не обязательно равных) нужно заранее разрезать пирог, чтобы в любом случае его можно было раздать поровну?