

**Серия 1(а): вздрючим по алгебре.**

1. Парабола  $y = -x^2 + b_1x + c_1$  и парабола  $y = -x^2 + b_2x + c_2$  касаются параболы  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a > 0$ . Докажите, что прямая, проходящая через точки касания, параллельна общей касательной к первым двум параболам.
2. Пусть  $f(x)$  – нечетная возрастающая функция. Докажите, что для любых чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ , сумма  $a + b + c$  которых равна 0, выполнено неравенство  $f(a)f(b) + f(b)f(c) + f(c)f(a) \leq 0$ .
3. На какое наибольшее число частей могут разбить плоскость  $Oxy$  графики  $n$  квадратных трехчленов вида  $y = ax^2 + bx + c$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )?
4. На доске написаны девять приведенных квадратных трехчленов:  $x^2 + a_1x + b_1$ ,  $x^2 + a_2x + b_2$ ,  $\dots$ ,  $x^2 + a_9x + b_9$ . Известно, что последовательности  $a_1, a_2, \dots, a_9$  и  $b_1, b_2, \dots, b_9$  – арифметические прогрессии. Оказалось, что сумма всех девяти трехчленов имеет хотя бы один корень. Какое наибольшее количество исходных трехчленов может не иметь корней?