

**Серия 5(с), с неравенствами напоследок**

1. Докажите, что в десятичной записи числа  $2^{300}$  не более 100 цифр.
2. Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , что  $a$  делится на  $b$ ,  $a + 1$  делится на  $b + 1$ ,  $a + 2$  делится на  $b + 3$  и  $a + 3$  делится на  $b + 2$ ?
3. Вася, вернувшись из страны Врунляндии, рассказал, что из каждого озера в этой стране вытекает 3 реки, и в каждое озеро впадает 4 реки. Кроме того, ни одна река не вытекает за пределы Врунляндии и не втекает в нее извне. Каждая река начинается в каком-нибудь озере и заканчивается в каком-нибудь (возможно другом) озере. Докажите, что Вася ошибся.
4. В темной комнате лежат 20 красных, 20 синих и 20 зеленых носков. Какое наименьшее количество носков заведомо достаточно взять, чтобы среди них наверняка оказалось 4 одинаковых?
5. Можно ли разрезать квадрат со стороной 4 см на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25 см?
6. Клетки квадратной таблицы  $15 \times 15$  раскрашены в красный, синий и зеленый цвета. Докажите, что найдутся по крайней мере две строки, в которых клеток хотя бы одного цвета поровну.
7. Семь белых котов и тринадцать рыжих весят вместе меньше 80 кг. Двадцать два белых кота и тридцать восемь рыжих весят вместе больше 240 кг. Все белые коты весят одинаково, и все рыжие коты весят одинаково. Какой из котов тяжелее – рыжий или белый?
8. По кругу выписаны 2016 чисел, каждое из которых равно полусумме двух соседних. Одно из чисел равно 2016. Найдите значения двух соседних с ним чисел.