

Серия 4(d), экстремальная

1. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга а) ладей, б) слонов можно расставить на шахматной доске?
2. Четно или нечетно число $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 97^2 + 98^2 + 99^2 + 100^2$?
3. В строчку выписывают цифры по следующему правилу: первая цифра – 9, а каждые две подряд стоящие цифры должны образовывать число, делящееся на 17 или 23. Какая цифра может оказаться на 999-ом месте?
4. Дано 4 натуральных числа, не делящиеся ни на 3, ни на 7. Обязательно ли среди них найдутся два, сумма которых не делится ни на 3, ни на 7?
5. Докажите, что в клетках таблицы 20×20 можно расставить все натуральные числа от 1 до 400 так, чтобы каждое число было либо больше всех чисел в соседних (по стороне) клетках, либо меньше всех этих чисел.
6. Какое наибольшее число ладей можно поставить на шахматную доску так, чтобы черные не били никого по вертикали, а белые – по горизонтали (эти ладьи бьют другие фигуры независимо от их цвета)?
7. Натуральное число можно умножать на два и произвольным образом переставлять в нем цифры (запрещается лишь ставить ноль на первое место). Докажите, что превратить число 1 в число 74 с помощью таких операций невозможно.