

Серия 3(с), вызванная упоминанием больной темы.

1. В городе Дирихлюпинске 4,7 млн. жителей, и у каждого на голове не более миллиона волос! Докажите, что в городе найдутся а) два жителя, б) пять жителей, у которых поровну волос.
2. На квадратной площади со стороной 1 км стоит 51 памятник П.Г.Л.Дирихле. Докажите, что какие-то три памятника помещаются на квадратном участке со стороной 200 м.
3. Народная дружина состоит из 100 человек. Каждый день они дежурят по трое. Может ли в некоторый момент оказаться, что каждый дежурил с каждым ровно один раз?
4. Существует ли такое десятизначное натуральное число, в котором все цифры различны, что при вычеркивании из него любых четырех цифр получится четное число?
5. Можно ли числа от 1 до 21 разбить на несколько групп, в каждой из которых имеется число, равное сумме всех остальных?
6. В турнире по крестикам-ноликам за победу дается одно очко, за ничью – ноль очков, а за проигрыш одно очко вычитается. Несколько школьников сыграли турнир по крестикам-ноликам так, что каждый с каждым сыграл ровно один раз. Один из участников набрал семь очков, а другой – 20 очков. Докажите, что в турнире была хоть одна ничья.
7. В чемпионате мира среди профессионалов по крестикам-ноликам на бесконечной клетчатой доске участвовало 10 игроков. Проигравший партию, потеряв надежду на главный приз, уезжал с чемпионата. Какое максимальное число участников могло выиграть по две партии? (В “крестиках-ноликах” на бесконечной доске выигрывает тот, кто поставит пять своих значков подряд по одной линии – вертикали, горизонтали или диагонали; ничьих не бывает.)