

### Серия 3, более откровенная

1. Натуральное число — одновременно точный квадрат и точный куб. Докажите, что оно является шестой степенью натурального числа.
2. Докажите, что число  $\overline{abcabc}$  не является точным квадратом.
3. Докажите, что число  $1000! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \times \dots \times 1000$  не является точным квадратом.
4. Докажите, что среди 18 последовательных трехзначных натуральных чисел есть число, делящееся на сумму своих цифр.
5. Найдите все простые  $p$  такие, что числа  $p^2 + 4$  и  $p^2 + 6$  также просты.
6. Докажите, что из 82 кубиков, покрашенных в разные цвета, можно выбрать либо 10 кубиков одного цвета, либо 10 кубиков попарно разных цветов.
7. Натуральное число  $A$  таково, что при делении на  $A$  любое нечетное число и его куб дают один и тот же остаток. Найдите все такие числа.
8. Верно ли, что если  $ab$  делится на 60, а  $b$  взаимно просто с 10, то  $a$  делится на 20?