

Серия 2(в): теперь с арифметикой.

1. а) Натуральное число оканчивается на 5. Докажите, что его квадрат оканчивается на 25.
б) Докажите, что точный квадрат не может оканчиваться двумя нечетными цифрами.
2. Докажите, что $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$ при любом натуральном n .
3. Сколькими нулями оканчивается число: а) $9^{999} + 1$, б) $99^{99} + 1$?
4. Докажите, что остаток от деления любого простого числа на 30 — простое число или 1.
5. Докажите, что произведение любых пяти последовательных натуральных чисел делится а) на 30; б) на 120.
6. При каком наименьшем натуральном n число $n!$ делится на 1998?
7. Хулиган Вася составил арифметический ребус, в котором цифры заменены буквами: $AB \times B\Gamma = ДДЕЕ$. Докажите, что Вася ошибся при умножении.
8. Может ли число, десятичная запись которого состоит из 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?