

Серия 1(в), бодрящая.

1. Упростите выражения: а) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$; б) $(n - \sqrt{n^2 - 1})(n + \sqrt{n^2 - 1})$.
2. Докажите, что а) при простом $p > 3$ число $\frac{p^2-1}{24}$ — целое; б) а при простом $p > 100$ — даже составное.
3. На вечере танцев (на котором юноши танцевали с девушками) было 9 участников. По окончании вечера у каждого участника спросили, со сколькими партнерами (партнершами) он сегодня танцевал. Были получены следующие ответы: 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6. Докажите, что кто-то из участников обсчитался.
4. На плоскости дан угол 19° . Циркулем и линейкой постройте угол 1° .
5. x, y — произвольные числа. S — наименьшее из чисел $x, 1 - y, y - x$. Каково наибольшее возможное значение числа S ?
6. В n комнатах сидят n человек. На дверях первой написано: "Здесь сидит один человек", на дверях второй: "Здесь сидит два человека", ..., на дверях n -ой: "Здесь сидит n человек". Известно, что ровно одна из этих надписей неверна. Чему может равняться n ?
7. Найдите все шестизначные числа, которые утроятся, если из первой цифры вычесть 3 и дописать цифру 3 в конец.
8. По кругу стоят 2007 целых неотрицательных чисел, сумма которых равна 7025. Докажите, что среди них есть четыре идущих подряд числа, сумма которых больше 14.