

Вступительные задачи, 5 класс

1. Папа, Серёжа и Таня идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Серёжа делает 5 шагов, пока Серёжа делает 3 шага, Таня делает 5 шагов. Серёжа и Таня подсчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа?
2. Клетчатый квадрат 18×18 разрезали на 18 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.
3. На одном острове жило племя Мумбо-Юмбо, в котором состояло ровно 50 островитян, среди которых половина рыцари, всегда говорящие правду, и половина – лжецы, которые всегда лгут. В результате выборов нового вождя половина членов племени погибла от рук соплеменников. После этих трагических событий каждый из оставшихся островитян заявил, что убил ровно одного рыцаря. Какое наибольшее количество рыцарей могло уцелеть в этом племени?
4. Есть 100 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а другая – белая. Карточки лежат на столе белой стороной вверх. Костя перевернул 50 карточек, затем Сережа перевернул 60 карточек, а после этого Оля перевернула 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались повернуты черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто три раза? Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.
5. В Руритании имеют хождение монеты в 1, 2, 3, 5, 8, 10, 15, 20, 25, 32, 50, 57, 75, 100 сантиков. Автомат Лёша разменивает одну монету на четыре других (например, монету 100 сантиков на монеты 57, 20, 20 и 3 сантика). Сможет ли автомат Лёша за несколько разменов превратить одну монету в 100 сантиков в 100 монет по 1 сантику?
6. В клетках квадрата 5×5 расставлены числа так, что суммы чисел во всех строках и во всех столбцах одинаковы. Сумма всех чисел в левом верхнем квадрате 2×2 равна 30, а в правом нижнем квадрате 3×3 – 45. Найдите сумму всех чисел в таблице.
7. В ящике лежат 20 мандаринов. Известно, что любые 11 из них весят в сумме больше одного килограмма, а любые 10 весят в сумме меньше одного килограмма. Докажите, что найдется мандарин, весящий от 90 до 100 г.
8. У натурального числа n сумма цифр больше, чем у любого из 100 следующих за ним чисел. Найдите наименьшее такое число n .
9. Перед Васей положили на два стола монеты на сумму 2015 рублей. Ему можно перевернуть все монеты на одном из столов и взять с обоих столов все монеты, лежащие орлом вверх. Он перевернул монеты на левом столе, и ему досталось 1000 рублей. А сколько денег досталось бы Васе, если бы он перевернул монеты на правом столе?
10. Можно ли на прямой отметить точки A, B, C, D, E так, чтобы расстояния между ними в сантиметрах оказались равны: $AB=4, BC=7, CD=9, DE=6, AE=5$?