

Серия 6: принцип Дирихле и немного нервно.

1. Среди восьми монет одна фальшивая (легче настоящей). За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь её можно гарантированно обнаружить? (Весы показывают только, на какой чашке груз тяжелее, или, если грузы одного веса, остаются в равновесии.)
2. Докажите, что среди любых 52 целых чисел есть 2, сумма или разность которых кратна 100.
3. 11 мальчиков выбрали по 17 подряд идущих чисел от 1 до 100. Докажите, что есть число, которое встретилось хотя бы у троих из них.
4. Восемнадцать коротышек водят хоровод. Среди них девять мальчиков и девять девочек. Очень умному Знайке сообщили, что x коротышек-мальчиков стоят подряд. После этого он сделал абсолютно верный вывод, что в хороводе три коротышки-девочки тоже должны стоять подряд. Найдите наименьшее возможное значение x .
5. На плоскости даны 2000 точек и окружность радиуса 1. Докажите, что на этой окружности найдется точка, сумма расстояний от которой до данных 2000 точек больше 2000.
6. Мальчик Лёня вырос и стал большим начальником, а девочка Полина выросла, стала знаменитой журналисткой и пришла брать у Лёни интервью, чтобы узнать у него натуральное число, не большее 16. Лёня сказал, чтобы Полина оставила вопросы у секретаря, а он в свободное время ответит на все сразу. Может ли Полина задать такие четыре вопроса (на которые можно ответить "да" или "нет"), чтобы по лёниным ответам наверняка можно было определить число?
7. В прямоугольнике 6×7 закрашены какие-то 25 клеток. Докажите, что можно найти квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трех клеток.