

Серия 4(d): всякое напоследок.

1. Лягушонок, сидящий в одном из узлов бесконечного клетчатого болота, одним прыжком может перескочить на любую соседнюю по диагонали кочку. Может ли он отправиться из дома на прогулку и вернуться домой, сделав ровно 25 прыжков?

2. По кругу стоит 1001 коробка. В каждой коробке лежат черные и белые шарики, а на коробке написано, сколько в ней черных шариков и сколько – белых. Игорь хочет переложить из каждой коробки по одному шарiku в следующую (по часовой стрелке) коробку так, чтобы обе надписи на каждой из коробок стали неверными. Удастся ли ему это?

3. На шахматной доске стоят 15 шашек, расположенных симметрично относительно диагонали, идущей из левого верхнего угла в правый нижний. Докажите, что одна из шашек расположена на этой диагонали.

4. Докажите, что любую натуральную сумму, начиная с 8 рублей, можно без сдачи уплатить купюрами по 3 и 5 рублей.

5. В клетках таблицы 100×100 расставлены попарно различные числа. Каждую минуту каждое из чисел меняется на наибольшее из чисел, стоящих в соседних с ним по стороне клетках. Могут ли через 4 часа все числа в таблице оказаться одинаковыми?

6. Жило-было на свете 25 оловянных солдатиков, которых сделали из старой оловянной миски весом 123 грамма. 24 солдатика были одинаковыми, а двадцать пятый был не такой, как все. Он оказался одноногим, так как его отливали последним, и олова чуть-чуть не хватило. Какова масса последнего солдатика, если известно, что каждый из солдатиков весит целое число граммов?

7. Коля и Миша разрезали два одинаковых прямоугольника. У Коли получились два прямоугольника, каждый периметром 40 см, а у Васи два прямоугольника, каждый периметром 50 см. Какой периметр имели первоначальные прямоугольники? (Периметр прямоугольника – это сумма длин всех сторон.)

8. На улице – 150 фонарей, расположенных в ряд. Некоторые из них разбиты, причем среди любых трех подряд идущих фонарей хотя бы один разбит. После того, как электрик Петров починил несколько фонарей, оказалось, что среди любых четырех подряд идущих фонарей разбито не более одного. Докажите, что электрик Петров починил по крайней мере 25 фонарей.