Серия 2(b), с индукцией.

1. а) Докажите равенство: $\frac{1\cdot 2!}{2}+\frac{2\cdot 3!}{2^2}+\ldots+\frac{n(n+1)!}{2^n}=\frac{(n+2)!}{2^n}-2$.

б) Найдите сумму: $\frac{1\cdot 3!}{3}+\frac{2\cdot 4!}{3^2}+\ldots+\frac{n(n+2)!}{3^n}$.

2. В прямоугольнике $3\times n$ расставлены фишки трех цветов по n штук каждого цвета. Докажите, что переставляя фишки в строчках, можно сделать так, чтобы в каждом столбце были фишки всех трех цветов.

3. При каком натуральном k величина $k^2/1,001^k$ достигает максимального значения?

4. Берутся всевозможные непустые подмножества из множества чисел 1, 2, 3, $\ldots$, N. Для каждого подмножества берётся величина, обратная к произведению всех его чисел. Найдите сумму всех таких обратных величин.

5. Докажите, что простое число p входит в разложение $n!$ на простые множители с показателем $\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\ldots$

6. Докажите, что ни для каких натуральных m и n числа m^2+n и n^2+m не могут одновременно оказаться точными квадратами.