

Вступительные задачи, 6–7 классы

1. Камни, сложенные в две кучи, собрали и разложили в три кучи. Докажите, что хотя бы один камень оказался в меньшей куче, чем та, в которой он лежал раньше.
2. Семь чисел таковы, что сумма любых трех из них меньше суммы четырех остальных. Докажите, что все числа положительны.
3. Магическим квадратом называется такая таблица 3×3 , в которой суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и каждой из двух диагоналей равны одной и той же "магической сумме". Известно, что в двух противоположных углах магического квадрата стоят числа 11 и 19. Какое число может стоять в центральной клетке квадрата? (Перечислите все возможные случаи и докажите, что других нет.)
4. Натуральные числа от 1 до 100 раскрашены в три цвета так, что разность любых двух одноцветных чисел не равна 3, 8 и 11. Докажите, что какая-то разность двух одноцветных чисел равна 10.
5. В коробке лежат 5 мандаринов. Известно, что любые три из них весят в сумме больше 300 г, но меньше 600 г. Докажите, что найдется мандарин, весящий от 100 до 200 г.
6. Учитель написал на доске натуральное число, меньшее 50000. Один ученик сказал, что это число делится на 2, второй – что оно делится на 3, ..., двенадцатый ученик сказал, что это число делится на 13. Учитель заметил, что неправду сказали ровно два ученика, причём эти ученики говорили сразу друг за другом. Какое число было написано на доске?
7. Можно ли из дробей $1/2007, 2/2006, 3/2005, \dots, 2007/1$ выбрать три, произведение которых равно 1?
8. Винни-Пух и Тигра лезут на две одинаковые елки. Вверх Винни-Пух лезет в два раза медленнее, чем Тигра, а вниз Винни-Пух лезет в три раза быстрее, чем Тигра. Начали и закончили Винни-Пух и Тигра одновременно. Во сколько раз быстрее Тигра лезет вверх, чем вниз?
9. На какое наибольшее количество составных слагаемых можно разбить число 2019?
10. Любые четыре из некоторых десяти гирек перевешивают любые три другие из этих гирек. Верно ли, что любые три из этих десяти гирек перевешивают любые две другие?