

Серия 13, глупая, чтобы размяться

1. В таверне “Подзорная труба” сидят несколько пиратов. Некоторые из них пьют грог, а остальные – ром. Средний возраст пиратов, пьющих грог, – 22 года, а пьющих ром – 45 лет. В один прекрасный момент Джон Сильвер поменял свой напиток. В результате оба средних возраста – и пьющих грог, и пьющих ром – увеличились ровно на 1 год. Сколько пиратов сидит в таверне?

2. Квадрат 15×15 разбит на квадратики 1×1 . Из этих квадратиков выбрали несколько, и в каждом из выбранных провели одну или две диагонали. Оказалось, что никакие две проведенные диагонали не имеют общих концов. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

3. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке X , а лучи DA и CB — в точке Y . Луч BA пересекает описанную окружность треугольника DXY в точке M , а луч BC пересекает ту же окружность в точке N . Докажите, что $NX + MY > XY$.

4. Дима задумал три числа — a , b и c — и обнаружил, что квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два различных ненулевых корня: 1 и s . Саша изменил значение одного из коэффициентов a , b или c . В результате получился трехчлен, у которого тоже два различных корня: 2 и $3s$. Чему может быть равно s ?

5. Три школьника написали поровну слов (каждый писал слова без повторений). Слово, встречающееся у всех троих школьников, оценивается в 0 баллов; за слово, которое присутствует у двоих школьников, каждый из них получает по $7/2$ балла; наконец, слово, встречающееся лишь у одного школьника, стоит 5 баллов. Могли ли школьники в сумме набрать ровно 2011 баллов?

6. Произведение положительных чисел x и y равно 7. Докажите неравенство $x^{[x]} + y^{[y]} \geq 14$.

7. На доске в ряд выписаны 10 натуральных чисел. Саша вычислил сумму каждой пары подряд стоящих чисел, затем он вычислил суммы каждых трех подряд стоящих чисел, потом — каждых четырех и т.д.; и наконец сумму всех чисел на доске. Все найденные суммы, а также 10 исходных чисел Саша вперемешку записал в тетрадку. Мог ли у него получиться набор из 55 последовательных натуральных чисел?