Серия 41. Глупости.

1. На прямой расположено несколько отрезков таким образом, что из любых трех отрезков какие-то два имеют общую точку. Докажите, что можно отметить две точки так, чтобы на каждом отрезке оказалась хотя бы одна отмеченная точка (концы отрезка – точки отрезка).

2. На прямой лежат несколько отрезков единичной длины. Докажите, что на прямой можно отметить несколько точек таким образом, чтобы на каждом отрезке была отмечена ровно одна точка (концы отрезка принадлежат отрезку).

3. На сторонах треугольника ABC наружу построены как на основаниях равнобедренные треугольники AKB и BLC с равными углами при вершинах K и L. Точка M такова, что $KBLM$ – параллелограмм. Докажите, что $MA = MC$.

4. Докажите, что если $\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$, то $\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0$.

5. Число, большее 10, является произведением степени тройки на степень семерки. Докажите, что в его десятичной записи есть хотя бы одна четная цифра.

6. Пусть M и N – середины сторон AB и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$. Известно, что серединные перпендикуляры к MN, AC и BD пересекаются в одной точке. Докажите, что $AB = CD$.

7. Что больше: $x = 1/(2 + 1/(3 + 1/(5 + 1/(6 + 1/(7 + \ldots + 1/2000))\ldots)))$ или $y = 1/(2 + 1/(3 + 1/(4 + 1/(6 + 1/(7 + \ldots + 1/2000))\ldots)))$?