Серия 23, геометрическая

1. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки D и E соответственно такие, что $\frac{AD}{DB} = \frac{BE}{EC} = 2$ и $\angle ACB = 2\angle DEB$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

2. Диагональ AC выпуклого четырехугольника $ABCD$ делится точкой пересечения диагоналей пополам. Известно, что $\angle ADB = 2\angle CBD$. На диагонали BD нашлась такая точка K, что $CK = KD + AD$. Докажите, что $\angle BKC = 2\angle ABD$.

3. На гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC выбрана такая точка D, что $BC = CD$. На катете BC взята такая точка E, что $DE = CE$. Докажите равенство $AD + BE = DE$.

4. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD. Точка K – середина диагонали BD. Оказалось, что AK – биссектриса угла CAD и $AD = 3BC$. Докажите, что $AC = 2BC$.

5. В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = AC)$ $\angle A = 30°$. На медиане AD взята точка P, а на стороне AB – точка Q таким образом, что $PB = PQ$. Найдите угол PQC.

6. Через вершину C равнобедренного треугольника ABC $(AB = AC)$ с острым углом при вершине A провели перпендикуляр к BC и на этом перпендикуляре отметили точку P, лежащую с той же стороны от прямой BC, что и A, и с той же стороны от прямой AB, что и C. Точка D такова, что $ABPD$ – параллелограмм. M – точка пересечения прямой PC и отрезка AD. Найдите отношение DM/DA.

7. В треугольнике ABC угол B равен $120°$ и $BC = 2AB$. Найдите угол между медианами AM и BK.