Серия 11: знаете ли вы, что такое неравенство?

1. На птичьем рынке 5 черных котов стоят дешевле, чем 4 рыжих, а 9 рыжих – дешевле, чем 11 полосатых. Какой кот ценится выше – черный или полосатый?

2. Докажите, что в числе $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \times \ldots \times 99 \cdot 100$ а) не менее 90 цифр, б) не менее 130 цифр.

3. Три кота съели 60 кг барабульки. Потом, лежа на солнцепеке и облизываясь, они заметили, что количества рыбы, съеденные любыми двумя котами, отличаются не более, чем на 3 кг. Какое наименьшее количество рыбы мог съесть кот, которому досталось меньше всего?

4. Что больше: сумма пятых степеней натуральных чисел от 1 до 10000 или сумма десятых степеней натуральных чисел от 1 до 100?

5. В таблице 20×20 расставлены числа 1, 2, ..., 400 в порядке возрастания по строкам сверху вниз. Вася покрыл таблицу 200 горизонтальными доминошками, для каждой доминошки перемножил два покрытых ей числа и полученные произведения сложил. Петя покрыл таблицу 200 вертикальными доминошками и сделал тоже самое. У кого сумма оказалась больше?

6. Докажите, что среди чисел $x + y - 2z$, $x + z - 2y$, $y + z - 2x$ есть хотя бы одно неотрицательное.

7. Найдите наименьшее значение выражения $|9^k - 5^\ell|$ при натуральных k и ℓ.