

**Серия 42(в), эпонимическая.**

1. Найдите геометрическое место внутренних точек угла, равноудаленных от его сторон.
2. Докажите, что треугольник, в котором медиана совпадает с биссектрисой, равнобедренный.
3. Треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  равны. Докажите, что в них равны а) медианы, проведённые из углов  $A$  и  $A'$  соответственно;  
б) биссектрисы, проведённые из углов  $A$  и  $A'$  соответственно.
4. (Неравенство Бернулли). Докажите, что  $(1+x)^n > 1+nx$  при всех положительных  $x$  и при всех натуральных  $n > 1$ .
5. Определим числа Фибоначчи равенствами  $F_1 = F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ . Докажите, что  $F_1 + F_2 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$ .
6. Отрезок длины 65 разбит на отрезки, длина каждого из которых – натуральное число, не большее 4. Докажите, что можно выбрать несколько из них так, чтобы сумма их длин равнялась 32 или 33.
7. Докажите, что множество всех натуральных чисел можно раскрасить в два цвета так, чтобы для каждого натурального числа  $x$  числа  $x$  и  $2x$  были раскрашены в разные цвета.